

Tjuringova mašina

09.04.2025.

Uvodni pojmovi

- **azbuka** (Σ) - konačan skup simbola $\{a, b, c, \dots, z\}, \{0, 1\}, \{\}, \dots$
- **reč** (w) - konačan niz simbola iz Σ
- **prazna reč** (λ) - ne sadrži nijedan simbol (λ)
- **skup svih reči** - Σ^*
- **jezik** - podskup od Σ^*

Definicija TM

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \top, \perp)$$

- Q – Skup stanja
- Σ – Ulazna azbuka
- Γ – Azbuka trake
- δ – Funkcija prelaza
- q_0 – Početno stanje
- $\top$ – Stanje prihvatanja (1)
- $\perp$ – Stanje odbijanja (0)

Kodiranje TM

$$0^n 10^m 10^k 10^r 10^s 10^t 10^u 1$$

- $Q = \{0, 1, \dots, n-1\}$
- $\Sigma = \{0, 1, \dots, m-1\}$
- $\Gamma = \{0, 1, \dots, k-1\}$
- r je početno stanje, s je prihvatno stanje, t je odbijajuće stanje, $r, s, t < n$
- Blanko znak će biti u , $u < k$

Svaku pojedinačnu akciju funkcije prelaza kodiramo sa:

$$0^p 10^a 10^b 10^q 1$$

Reč $w = x_1 x_2 \dots x_i$ kodiramo sa:

$$0^{x_1} 1 \dots 10^{x_i}$$

Problemi odlučivanja

Problem odlučivanja je pitanje u nekom formalnom sistemu, na koje odgovor može biti DA (1) ili NE (0). Na primer, problem: Data su dva broja x i y . Da li x deli y ? je problem odlučivanja.

Halting Problem

Halting problem (problem zaustavljanja) postavlja pitanje da li postoji TM koja može da odluči da li će se proizvoljna TM M zaustaviti za ulaz w , tj. da li postoji TM $H(M, w)$ koja vraća:

$$H(M, w) = \begin{cases} 1 & \text{ako se } M \text{ zaustavlja na } w, \\ 0 & \text{ako se } M \text{ ne zaustavlja na } w. \end{cases}$$

Dokaz neodlučivosti Halting problema

Korak 1:

Pretpostavljamo da postoji mašina H koja tačno odlučuje da li se M zaustavlja za ulaz w .

Korak 2:

Konstruišemo mašinu $D(M)$ koja za ulaz ima M i funkcioniše ovako:

- Pokreće $H(M, M)$.
- Ako je $H(M, M) = 1$, D ulazi u beskonačnu petlju.
- Ako je $H(M, M) = 0$, D se zaustavlja.

Korak 3: Šta se dešava sa $D(D)$?

Analiziramo ponašanje D kada kao ulaz ima svoj kod:

- Ako je $H(D, D) = 1$, D mora da ide u beskonačnu petlju, što je kontradikcija.
- Ako je $H(D, D) = 0$, D mora da se zaustavi, što je takoe kontradikcija.